

15. Ak do škatule vložíme 1, 2, 3, 4, 5 bielych gombíkov, tak pravdepodobnosť vytiahnutia bieleného gombíka bude:

$$\frac{1}{5+1}, \frac{2}{5+2}, \frac{3}{5+3}, \frac{4}{5+4}, \frac{5}{5+5}$$

Pravdepodobnosť vytiahnutia červeného gombíka bude:

$$\frac{5}{5+1}, \frac{5}{5+2}, \frac{5}{5+3}, \frac{5}{5+4}, \frac{5}{5+5}$$

Z uvedených príkladov je zrejmé, že ak do škatule vložíme 1, 2, 3, 4, 5 bielych gombíkov, tak pravdepodobnosť vytiahnutia bieleného gombíka bude menšia alebo sa bude rovnáť pravdepodobnosti vytiahnutia červeného gombíka.

Riešenie úloh z 8. testu

$$\begin{aligned} 1. \quad \frac{6x^2}{x^2-9} + \frac{5x}{x-3} + \frac{x}{x+3} &= \frac{6x^2 + 5x \cdot (x+3) + x \cdot (x-3)}{x^2-9} = \\ &= \frac{6x^2 + 5x^2 + 15x + x^2 - 3x}{x^2-9} = \frac{12x^2 + 12x}{x^2-9} \end{aligned}$$

Podmienky:

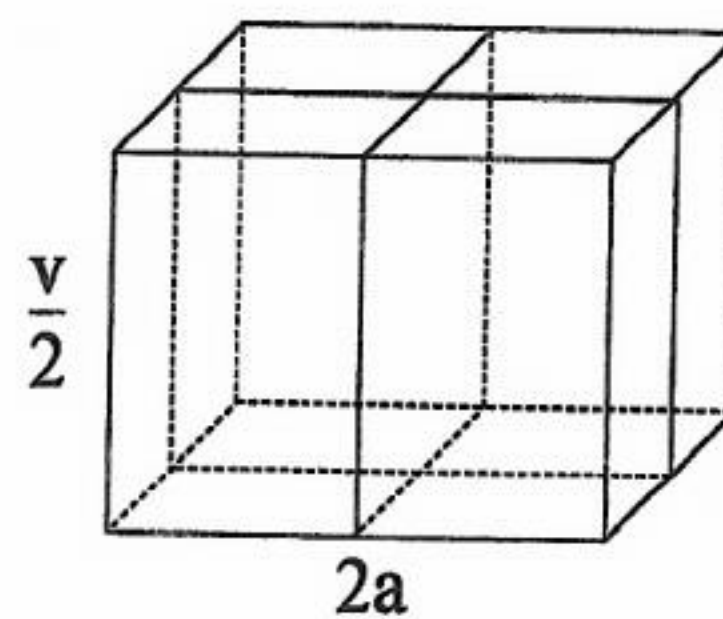
$$x^2 - 9 \neq 0$$

$$x^2 - 9 = (x-3) \cdot (x+3) \Rightarrow x \neq 3, x \neq -3$$

2. a) Úsudkom

Na ploche podstavy hranola H_2 s hranou dĺžky $2a$ môžeme umiestniť štyri hranoly s veľkosťou hrany a podstavy hranola H_1 a polovičnou výškou, t. j. s polovičným objemom H_1 . Znamená to, že objem hranola H_2 je dvakrát väčší ako objem hranola H_1 , t. j. $4 \cdot 200 \text{ dm}^3 = 800 \text{ dm}^3 = 800 \text{ l}$.

Obrázok: Hranol H_2 s hranou podstavy $2a$ a výškou $\frac{v}{2}$.



b) Výpočtom

Objem V_1 hranola $H_1 = 400 \text{ dm}^3$; platí preň $H_1 = a \cdot a \cdot v = a^2 \cdot v$

$$\begin{aligned} \text{Objem } V_2 \text{ hranola } H_2 &= 2a \cdot 2a \cdot \frac{v}{2} = 4a^2 \cdot \frac{v}{2} = 2 \cdot a^2 \cdot v \Rightarrow V_2 = 2 \cdot V_1 \\ V_2 &= 2 \cdot 400 = 800 \text{ dm}^3 = 800 \text{ l} \end{aligned}$$

Správny výsledok je D: 800 l.

3. Chytené strely ... 188 ... 94 %

Počet všetkých striel na bránku x ... 100 %

$$188 : x = 94 : 100$$

$$94x = 188 \cdot 100$$

$$x = 18800 : 94$$

$$x = 200 \text{ (všetky strely na bránku)}$$

Strely, ktoré skončili v brankárovej sieti (góly): $200 - 188 = 12$.

$$\begin{aligned}
4. \quad S_m &= \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) \\
S_m &= \pi \cdot r_2^2 - \pi \cdot r_1^2 \\
\pi \cdot r_1^2 &= \pi \cdot r_2^2 - S_m \quad /: \pi \\
r_1^2 &= \frac{\pi \cdot r_2^2 - S_m}{\pi} \\
r_1 &= \sqrt{\frac{\pi \cdot r_2^2 - S_m}{\pi}}
\end{aligned}$$

5. Platí: $k = \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$; všetky rozmery premeníme na rovnaké jednotky, na centimetre.

$$k = \frac{a}{a'} = \frac{100}{10} = \frac{10}{1} = 10$$

$$k = \frac{b}{b'} = \frac{150}{15} = \frac{10}{1} = 10$$

$$k = \frac{c}{c'} = \frac{200}{?} = \frac{200}{20} = 10$$

Chýbajúci rozmer $c' = 20$ cm.

$$6. \quad \sin \beta = \frac{b}{c} \Rightarrow \sin \beta = \frac{4,5}{9} \Rightarrow \sin \beta = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 30^\circ$$

Veľkosť uhla $\beta = 30^\circ$.

7. Ak platí: $\alpha : \gamma = 4 : 5 \Rightarrow \alpha < \gamma$, t. j. $4 + 5 =$ dielov

$$\text{V } \triangle ABC \text{ platí: } \beta + \beta' = 180^\circ \Rightarrow \beta = 180^\circ - \beta' \Rightarrow \beta = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \gamma = 180^\circ - \beta \Rightarrow \alpha + \gamma = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

$$108^\circ : (4 + 5) = 108^\circ : 9 = 12^\circ \text{ (1 diel)}$$

$$\alpha = 4 \cdot 12^\circ = 48^\circ$$

$$\gamma = 5 \cdot 12^\circ = 60^\circ$$

$$\text{Skúška: } \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$48^\circ + 72^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

Menší uhol $\alpha = 48^\circ$.

(Iné riešenie: $\alpha + \gamma = 108^\circ$, $4d + 5d = 9d$, $9d = 108^\circ$, $1d = 12^\circ$, $4d = 48^\circ$.)

$$8. \quad 3 - \frac{z-2}{3} = z + \frac{4-z}{2} \quad / \cdot 6$$

$$18 - 2z + 4 = 6z + 12 - 3z$$

$$22 - 2z = 3z + 12 \quad / -3z - 22$$

$$-5z = -10 \quad /: (-5)$$

$$z = 2$$

$$L: 3 - \frac{z-2}{3} = 3 - \frac{2-2}{2} = 3$$

$$P: 2 + \frac{4-2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 3 \text{ /} . 6$$

$$L = P$$

9. 1 cm na mape je 1 100 000 cm v skutočnosti = 11 000 m = 11 km
Potom 12,2 cm na mape je $12,2 \cdot 11\,000 \text{ m} = 134\,200 \text{ m} = 134,2 \text{ km}$

Vzdušná vzdialenosť medzi Sencom a Zvolenom je 134,2 km.

10. Neznáme číslo x
Trojnásobok neznámeho čísla $3 \cdot x$
Súčet trojnásobku neznámeho čísla a čísla 13 $3x + 13$
Rozdiel čísla 21 a neznámeho čísla x $21 - x$

Na základe daného môžeme napísať:

$$\begin{array}{rcl} 3 \cdot x + 13 = 21 - x & /-13 + x & \\ 4x = 8 & /: 4 & \\ x = 2 & & \end{array}$$

$$\text{Skúška: } L: 3x + 13 = 3 \cdot 2 + 13 = 19$$

$$P: 21 - x = 21 - 2 = 19$$

$$L = P$$

Neznáme číslo $x = 2$.

11. Dané čísla upravíme:

$$a = 3 \frac{1}{5} - \frac{3}{4} = \frac{16}{5} - \frac{3}{4} = \frac{64 - 15}{20} = \frac{49}{20} = \frac{1\,029}{420}$$

$$b = 2 \frac{2}{3} - \frac{1}{7} = \frac{8}{3} - \frac{1}{7} = \frac{56 - 3}{21} = \frac{53}{21} = \frac{1\,060}{420}$$

$$\frac{1\,029}{420} < \frac{1\,060}{420} \Rightarrow a < b$$

12. Priemerný počet gólov v zápase = $\frac{\text{počet gólov v zápasoch spolu}}{\text{počet odohraných zápasov}}$

$$\text{Po dosadení: } \frac{2 + 1 + 3 + 3 + 8 + 1 + 1 + 5 + 3 + 1 + 3 + 1 + 4 + 5}{7} =$$

$$= \frac{41}{7} = 5,85 \quad (\text{priemerný počet gólov})$$

V hokejových zápasoch, ktoré hrali Slováci na MS 2005, padol v jednom zápase priemerný počet gólov 5,85.

13. I. $2a - b = 2$
 II. $a + b = 4$

$$\begin{array}{r} 3a = 6 \\ a = 2 \end{array} \quad /:3$$

$a = 2$ môžeme dosadiť do I. alebo II.

I. $2a - b = 2$
 $2 \cdot 2 - b = 2 \quad /-4$
 $-b = -2 \quad / \cdot (-1)$
 $b = 2$

$L_1: 2a - b = 2 \cdot 2 - 2 = 2, \quad P_1: 2 \quad [a; b] = [2; 2]$
 $L_1 = P_1$
 $L_2: a + b = 2 + 2 = 4, \quad P_2: 4$
 $L_2 = P_2$

14. Trasa 6 km počet x spolu prešli 6 . x km
 Trasa 8 km počet y spolu prešli 8 . y km
 Spolu absolvovali turisti 15 trás 108 km

I. $x + y = 15 \quad / \cdot (-6) \quad y = 9$ dosadíme do rovnice I. alebo II.
 II. $6x + 8y = 108$
 $2y = 18$
 $y = 9$

$x + y = 15$
 $x + 9 = 15 \quad /-9$
 $x = 6$

$L_1: x + y = 6 + 9 = 15, \quad P_1: 15$
 $L_1 = P_1$
 $L_2: 6x + 8y = 6 \cdot 6 + 8 \cdot 9 = 36 + 72 = 108, \quad P_2: 108$
 $L_2 = P_2$

Turisti absolvovali trasu 6 km šesťkrát a 8 km deväťkrát.

15. Pre hmotnosť valca platí: $m = \rho \cdot V$;

$\rho = 2\,700 \text{ kg/m}^3; d = 30 \text{ cm} \Rightarrow \text{polomer } r = 0,15 \text{ m; výška } v = 2 \text{ m}$

$V = \pi \cdot r^2 \cdot v \quad m = \rho \cdot V$
 $V = 3,14 \cdot 0,15^2 \cdot 2 \quad m = 2\,700 \cdot 0,1413$
 $V = 6,28 \cdot 0,0225 \quad m = 381,51 \text{ kg}$
 $V = 0,1413 \text{ m}^3$

Stĺp zo žuly má hmotnosť 381,51 kg.

Riešenie úloh z 9. testu

1. $5y - 7y^2 + 2y^3 - 10y - 12y^3 = (5y - 10y) - 7y^2 + (2y^3 - 12y^3) = -5y - 7y^2 - 10y^3$

2. $2x + 3 - x - 5 < 3x - 6$
 $x - 2 < 3x - 6 \quad /-3x + 2$
 $-2x < -4 \quad /: (-2)$
 $x > 2$

Napr. ak $x = 3$, po dosadení:

$L: 2x + 3 - x - 5 = 2 \cdot 3 + 3 - 3 - 5 = 6 - 5 = 1$
 $P: 3x - 6 = 3 \cdot 3 - 6 = 9 - 6 = 3$
 $L < P$

Riešenie zapíšeme pomocou intervalu: $x \in (2; \infty)$